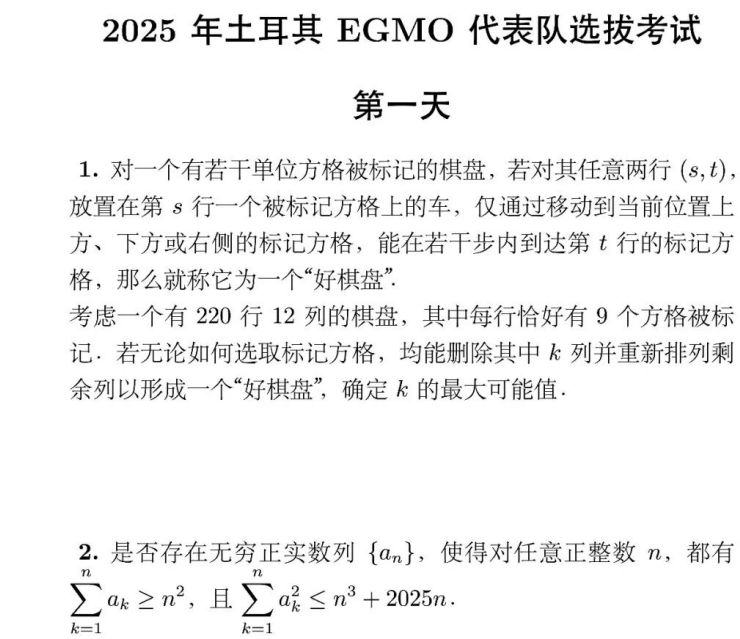
2025 年土耳其 EGMO 代表队选拔考试

2025-02-13 原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_0dd4dc8c78adf97a

本文为图片版：正文为 2 张图片，图片中的文字无法被站内检索或读屏朗读。点击图片可放大查看，或前往公众号原文阅读。



2025 年土耳其 EGMO 代表队选拔考试

第一天

1. 对一个有若干单位方格被标记的棋盘，若对其任意两行 (s,t)，放置在第 s 行一个被标记方格上的车，仅通过移动到当前位置上方、下方或右侧的标记方格，能在若干步内到达第 t 行的标记方格，那么就称它为一个“好棋盘”.
考虑一个有 220 行 12 列的棋盘，其中每行恰好有 9 个方格被标记. 若无论如何选取标记方格，均能删除其中 k 列并重新排列剩余列以形成一个“好棋盘”，确定 k 的最大可能值.

2. 是否存在无穷正实数列 $\{a_n\}$，使得对任意正整数 n，都有 $\sum_{k=1}^{n} a_k \geq n^2$，且 $\sum_{k=1}^{n} a_k^2 \leq n^3 + 2025n$.

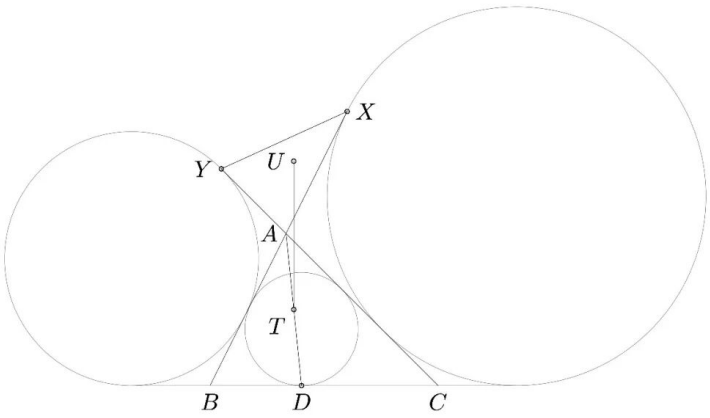
3. 对于正整数 n，令 S_n 为不超过 n 且与 n 互质的正整数组成的集合. 定义 $f(n)$ 为最小的正整数，使得 S_n 能够被划分成 $f(n)$ 个互不相交的子集，且每个子集中的全体元素都能构成一个等差数列.
证明：存在无穷多对 (a,b)，满足 $a,b > 2025$，$a \mid b$，且 $f(a) \nmid f(b)$.

1

第二天

4. 求所有正整数 n，使得 $\dfrac{3+\sqrt{4n+9}}{2}$ 为 n 的第六小的正约数.

5. 在 $\triangle ABC$ 中，内切圆与边 BC 相切于点 D，顶点 B 相对的旁切圆与直线 AB 相切于点 X，顶点 C 相对的旁切圆与直线 AC 相切于点 Y. 若 T 是线段 AD 的中点，U 是 $\triangle AXY$ 的外心. 证明：$UT \perp BC$.



6. 在一场有 200 名参赛者的象棋锦标赛中，安排了 700 场比赛，使得在任意 100 名参赛者中，他们之间进行的比赛场数至少为 N. 确定 N 的最大可能值.