高联一试得分情况可能探究

2025-09-05　原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_15ea2fe7fed25c89

（找不到合适的封面了，随便从相册配个图。）

今天我们来研究一下高联一试可能有多少种不同的得分，此问题本身也为一试填空难度。

已知信息：

高联一试共 8 个填空题，3 个解答题。每道填空题有 0 分和 8 分两档，第一个解答题有 0,4,8,12,16 五档，后两个解答题有 0,5,10,15,20 五档，满分 120 分。

说明：

1. 评阅试卷时，请依据本评分标准. 填空题只设 8 分和 0 分两档；其他各题的评阅，请严格按照本评分标准的评分档次给分，不得增加其他中间档次.

2. 如果考生的解答方法和本解答不同，只要思路合理、步骤正确，在评卷时可参考本评分标准适当划分档次评分，解答题中第 9 小题 4 分为一个档次，第 10、11 小题 5 分为一个档次，不得增加其他中间档次.

解答（PDF 中已展开）

解答：

设填空题有 x 题得了 8 分，第一道解答题得到了 y 个 4 分，第二、三道解答题共得到了 z 个 5 分，其中 $x,y,z\in\mathbb{N}$，且 $x\le 8$，$y\le 4$，$z\le 8$. 即求 $8x+4y+5z$ 的可能取值.

首先，$8x+4y=4(2x+y)$，而 $0\le x\le 8$，$0\le y\le 4$ 时，$2x+y$ 能取遍 $[0,20]$ 中的所有整数. 故只需考虑 $4y+5z$（$0\le y\le 20$，$0\le z\le 8$）的可能取值.

其次，若 $z\ge 5$，将 (y,z) 替换成 $(y+5,z-4)$，$4y+5z$ 取值相同. 故只需考虑 $4y+5z$ $(0\le y\le 25$，$0\le z\le 4)$ 的可能取值.

对 $0\le y\le 25$，$0\le z\le 3$，模 4 可知 $4y+5z$ 的取值各不相同，共有 $26\times 4=104$ 种.

对 $z=4$，当 $y\le 20$ 时，将 $(y,4)$ 替换成 $(y+5,0)$，$4y+5z$ 取值相同，此情况已被 $z=0$ 计入，另有 $21\le y\le 25$ 这 5 种情况.

综上，能取得的得分有 $104+5=109$ 种，有 $121-109=12$ 种得分无法取得.

结合对称性，枚举易得，无法取得的 12 种得分为：

$1,2,3,6,7,11119,118,117,114,113,109$