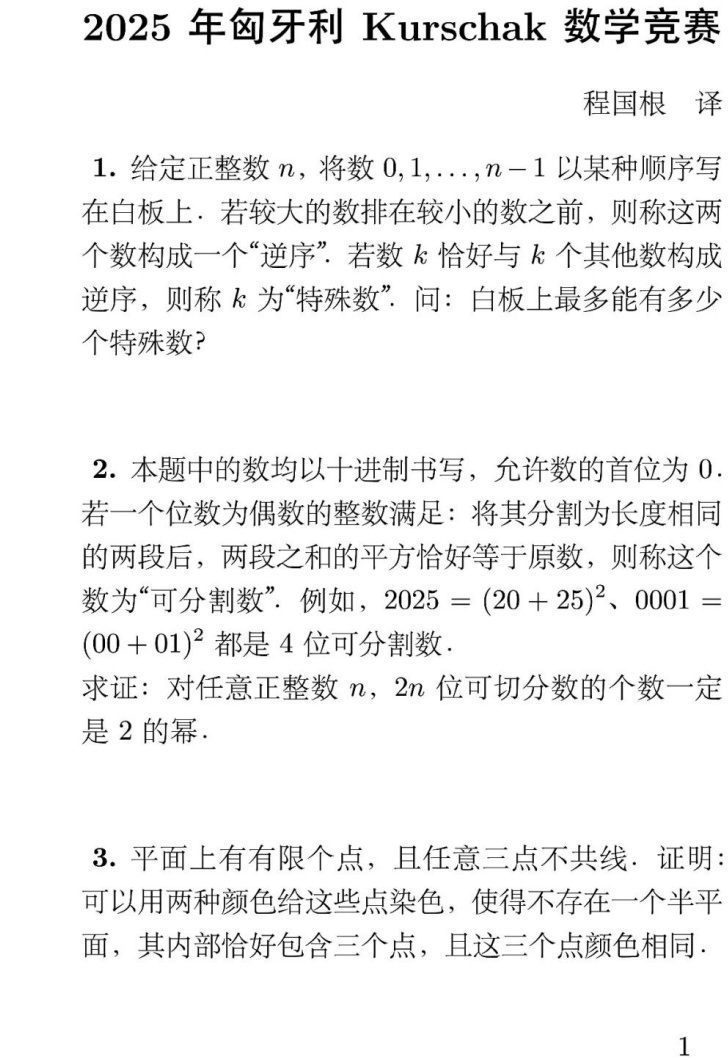
2025 年匈牙利 Kurschak 数学竞赛

2026-02-10　原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_18279c10f7cf3605

本文为图片版：正文为 1 张图片，图片中的文字无法被站内检索或读屏朗读；下方附本站人工转写的文字版，只作阅读与检索之用，若与原图有出入，以公众号原文为准。



2025 年匈牙利 Kurschak 数学竞赛

程国根　译

1. 给定正整数 n，将数 $0, 1, \ldots, n-1$ 以某种顺序写在白板上．若较大的数排在较小的数之前，则称这两个数构成一个“逆序”．若数 k 恰好与 k 个其他数构成逆序，则称 k 为“特殊数”．问：白板上最多能有多少个特殊数？

2. 本题中的数均以十进制书写，允许数的首位为 0．若一个位数为偶数的整数满足：将其分割为长度相同的两段后，两段之和的平方恰好等于原数，则称这个数为“可分割数”．例如，$2025 = (20 + 25)^2$、$0001 = (00 + 01)^2$ 都是 4 位可分割数．
求证：对任意正整数 n，$2n$ 位可切分数的个数一定是 2 的幂．

3. 平面上有有限个点，且任意三点不共线．证明：可以用两种颜色给这些点染色，使得不存在一个半平面，其内部恰好包含三个点，且这三个点颜色相同．

1

本站人工转写（文字版）

下面这段文字由本站对照上方图片逐条录入，公式写成可读的记号，只为方便检索与读屏；它不是公众号原文的一部分，如与图片或原文有出入，请以原文为准。

1. 第 1 题　给定正整数 n，将数 $0,1,\dots,n-1$ 以某种顺序写在白板上。若较大的数排在较小的数之前，则称这两个数构成一个 “逆序”。若数 k 恰好与 k 个其他数构成逆序，则称 k 为 “特殊数”。问：白板上最多能有多少个特殊数？

2. 第 2 题　本题中的数均以十进制书写，允许数的首位为 0。若一个位数为偶数的整数满足：将其分割为长度相同的两段后，两段之和的平方恰好等于原数，则称这个数为“可分割数”。例如，\$2025=(20+25)^2\$、\$0001=(00+01)^2\$ 都是 4 位可分割数。求证：对任意正整数 \$n\$，\$2n\$ 位可切分数的个数一定是 2 的幂。
3. 第 3 题　平面上有有限个点，且任意三点不共线。证明：可以用两种颜色给这些点染色，使得不存在一个半平面，其内部恰好包含三个点，且这三个点颜色相同。