2021 年拉特飞 · 扎德数学奥林匹克

2021-12-30 原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_3cc134baa8e5084c

拉特飞 · 扎德（Lotfi Zadeh，1921 年 2 月-2017 年 9 月 6 日），男，生于现阿塞拜疆的首都巴库，“模糊集之父”。博士，教授，美国国家工程院院士、俄罗斯自然科学院外籍院士、是 1994 年成立的国际欧亚科学院的 5 位创始院士之一。先后毕业于德黑兰大学、麻省理工学院、哥伦比亚大学。1965 年提出” 模糊集”。该理论在很多领域得到应用，并影响了数学、物理、化学等学科。2017 年 9 月 6 日，扎德去世，享年 96 岁。

1. 在圆内接四边形 $ABCD$ 中，P 为对角线交点，M 为弧 AB 的中点. 证明：直线 MP 过线段 CD 的中点，当且仅当 AB 和 CD 平行.

2. 设 a_1，a_2，$\cdots$，a_n 和 b_1，b_2，$\cdots$，b_n 均为正整数（可以相同）. 对于任意整数 $i > n$，令 a_i 为不在 b_1，b_2，$\cdots$，b_{i-1} 中出现的最小正整数，b_i 为不在 a_1，a_2，$\cdots$，a_{i-1} 中出现的最小正整数. 求证：存在整数 N，使得对任意 $i > N$，都有 $a_i = b_i$，或者对任意 $i > N$，都有 $a_{i+1} = a_i$.

3. a，b，c 为互不相同的正整数，求分式
$$\frac{\operatorname{lcm}(a,b)+\operatorname{lcm}(b,c)+\operatorname{lcm}(c,a)}{\gcd(a,b)+\gcd(b,c)+\gcd(c,a)}$$
的最小可能值.

4. 求满足下述条件，且由 0 和 1 构成的长度为 n 的数列的个数：

- 存在一个简单多边形（即不相邻的边不相交的多边形），当且仅当数列的第 i 项为 1 时，该多边形的第 i 个角小于 $180°$.
- 存在一个凸多边形，当且仅当数列的第 i 项为 1 时，该多边形的第 i 个角小于 $90°$.