2026 年中国台湾地区数学奥林匹克

2026-04-20　原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_465ebf6f30002c83

2026 年中国台湾地区数学奥林匹克

程国根　译

1. 设 $\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_n$ 为 $1,2,\cdots,n$ 的一个排列．求证：对任意实数 $a_1\le a_2\le\cdots\le a_n$ 和 $b_1\le b_2\le\cdots\le b_n$，都有

$$\sum_{i=1}^{n}\min\{a_{\pi_i},b_i\}\le\sum_{i=1}^{n}\min\{a_i,b_i\}.$$

2. 设 $\triangle ABC$ 内接于圆 ω，M 为 BC 中点．过 M 作 ω 的弦垂直于 AC，P 为该弦中点；过 M 作 ω 的弦垂直于 AB，Q 为该弦中点．求证：$PQ\perp AO$，其中 O 为 ω 的圆心．

3. 一个小孩用红色或黄色给 2026×2026 方格表中的 2026 个格子染色，使得同色格子不同行、不同列．父亲发现，未染色部分可沿格线分割成若干 1×2 的小矩形．求证：红色格子的最大可能个数为 2025．

4. 用 $\mathbb{Q}_{(0,1)}$ 表示所有满足 $0<q<1$ 的有理数 q 的集合．黑板上初始写有一个既约分数 $\frac{b}{a}\in\mathbb{Q}_{(0,1)}$．每一轮，对黑板上的既约分数 $\frac{b}{a}\in\mathbb{Q}_{(0,1)}$，Sunny 先寻找最小的正整数 k，使得 $a+k$ 与 $b+k$ 不互质：

- 若不存在这样的 k，游戏在该轮结束；
- 否则，将黑板上的既约分数 $\frac{b}{a}$ 替换为 $\frac{b+k}{a+k}$（约分为既约形式）．

对所有 $q\in\mathbb{Q}_{(0,1)}$，求所有初始值 $\frac{b}{a}\in\mathbb{Q}_{(0,1)}$，使得游戏在有限轮内结束，且黑板上最终数恰好为 q．

5. 设 S 为坐标平面 xOy 上 100 个不同的点组成的点集．N 为所有顶点均在 S 中且各边均与坐标轴平行的矩形的个数，求 N 的最大可能值．

1

之前发过这个考试的第 1 题和第 5 题，见发两道简单的新题，今天在赛题讨论群里，小苏提醒剩下的题也都有人上传到 AoPS 了，故一块再发一遍。


赛题讨论群 (413)
Jinx
前段时间有人把剩下的题传了
程国根: 发两道简单的新题
Jinx
不过今年tst一直没看有人发 不知道是怎么回事
我去看一眼


程国根
江西 上饶
扫一扫上面的二维码图案，加我为朋友。