2023 年香港 IMO 代表队第二次选拔考试试题

2022-10-25 原文链接

网站版本 379b168aed55 · 文章 ID h_71d80bd9f82b4cfd

第一次考试题见：【勘误】2023 年香港 IMO 代表队第一次选拔考试试题

1. 给定一个 24×24 的正方形网格，起初里面的每一个方格都是白色的. 每次操作可以选择其中任意一行或者一列，并改变这一行（列）中所有方格的颜色（黑变为白，白变为黑）. 能否在有限次操作后，使得网格中恰有 574 个黑色方格?

2. 给定 $\triangle ABC$，$\angle CAB=75^\circ$，$\angle ACB=45^\circ$. 延长 BC 到点 T，使 $BC=CT$. 设 AT 中点为点 M. 求 $\angle BMC$.

3. 设正整数 $n\geq 4$. 考虑由 n 个不同实数组成的集合 A，满足以下条件：对任意 $a\in A$，存在不同元素 x，y，$z\in A$，使得 $|x-a|$，$|y-a|$，$|z-a|\geq 1$. 对任意 n，求最大的实数 M，使得 $\sum\limits_{a\in A}|a|\geq M$.

4. 称一个两位数 s 是 “特别的”，如果 s 是 4^n 和 5^n 十进制表示下相同的前两位数，其中 n 为一个确定的正整数. 已知一共有 2 个 “特别的” 数，求出这 2 个数.