2021-2022 年英国数学奥林匹克（第一轮）

2021-12-14 原文链接

网站版本 379b168aed55 · 文章 ID h_72c7ff8e9836ec77

1. 求小于 400 的三个偶数，每个偶数至少可以用六种不同的方式表示为连续正奇数之和.
（如果两个表达式包含不同的数字，则认为它们是不同的，表达式中数字的顺序无关紧要）

2. 一天，Arun 和 Disha 打了若干场乒乓球. 在这天的 5 个时间点，Arun 分别计算了到目前为止他赢得的比赛场数的百分比，计算结果按顺序排列正好是 30%、40%、50%、60% 和 70%. 则他们这天至少进行了几场比赛?

3. 对任意整数 $0 \leq n \leq 11$，Eliza 均恰好拥有三块质量为 2^n 克的相同的金币. 她可以用多少种不同的方式组成一堆重达 2021 的金币?
(如果两堆包含不同数量的不同重量的金币，则认为它们是不同的，金币在堆中的排列无关紧要)

4. 圆 Γ_1 和 Γ_2 的圆心分别为 O_1 和 O_2. Γ_1 过点 O_2，Γ_2 过点 O_1，且 Γ_1 和 Γ_2 交于点 A 和点 B. 点 C 在 Γ_1 的劣弧 BO_2 上，点 D 和点 E 在直线 O_2C 上，且满足 $\angle AO_1D = \angle DO_1C$，$\angle CO_1E = \angle EO_1B$. 求证：$\triangle DO_1E$ 为等边三角形.

5. 称一个含给定正整数 N 的正整数集合为 N-集合，设 $m(N)$ 为所有 N-集合元素平均值的最小值. 则在小于 2021 的正整数中，有多少个 N 使得 $m(N)$ 为整数?

6. Marvin 要写下所有具有一下性质的数列：

- 数列包含 71 项；
- 数列第一项为 1；
- 从第二项开始，每一项都等于它前一项，或者等于它前面所有项之和.

在 Marvin 写完所有数列后，有多少个数列的所有项之和恰等于 999999?