ac-bd=(a+b)c-(c+d)b

2022-11-09 原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_785749a309d7829a

以下为证明 Farley 级数性质的过程中，一个重要的结论.

设 a、b、c、d、e、f 都是正整数，且 $\frac{a}{b}>\frac{c}{d}>\frac{e}{f}$，$af-be=1$. 求证：$d\geq b+f$.

证明： 由 $\frac{a}{b}>\frac{c}{d}$ 知 $ad-bc>0$，又由于 $ad-bc$ 为整数，故 $ad-bc\geq 1$.
同理 $cf-be\geq 1$. 于是

$$\begin{aligned} d=&d(af-be)\\ =&b(cf-de)+f(ad-bc)\\ \geq&b+f \end{aligned}$$

注：

上面的式子中，从第一行到第二行的添项，即为张益唐教授在昨天（2022 年 11 月 8 日）演讲中，所提到的 $ac-bd=(a+b)c-(c+d)b$.

