2025 年日本初中数学奥林匹克预赛

2025-01-21 原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_809803caeab1691b

本文为图片版：正文为 3 张图片，图片中的文字无法被站内检索或读屏朗读。点击图片可放大查看，或前往公众号原文阅读。

恩次方根
ENCIFANGGEN

2025 年日本初中数学奥林匹克预赛

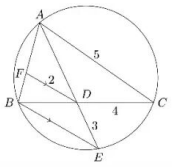
程国根 译

1. 当正整数 m,n 满足 $m+n=2025$ 时，求 m 与 n 的最大公约数的最大值.

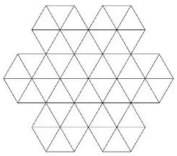
2. 如图所示，有 6 条直线和用 • 表示的 8 个点. 在每个点处填入互不相同的正整数，满足以下条件的填法共有多少种：对于 6 条直线中的任意一条，位于该直线上的 3 个点处所填的数和为 10.
注：旋转和翻转后重合的填法也视为不同的.



3. 在三角形 $\triangle ABC$ 中，满足 $AC=5$，在边 BC（不含端点）上有一点 D，满足 $CD=4$. 设三角形 ABC 的外接圆与直线 AD 的交点（异于点 A）为 E，过 D 作直线 BE 的平行线，与边 AB 交于点 F. 当 $DE=3$，$DF=2$ 时，求线段 BD 的长度.



4. 如图，48 个边长为 1 的正三角形组成一个盘面. 在这个盘面上，将 6 个边长为 1 的正六边形瓷砖不重叠地放置（使得瓷砖的顶点与正三角形的顶点重合），共有多少种放置方法?
注：旋转或翻转后重合的放置方法也视为不同的.



1

恩次方根
ENCIFANGGEN

5. 有一个装有 50^{25} 个石子的箱子．重复进行以下操作：从装有 1 个以上石子的所有箱子中各取出 1 个石子，然后，准备一个新的空箱子，将取出的所有石子放入这个新箱子中．当进行了 50^{25} 次操作后，装有 1 个以上石子的箱子有多少个？

6. 在满足 $1 \leq a, b, c \leq 80000$ 的整数组 (a, b, c) 中，满足 $a + b^2 + c^3 = b(c+1)^2$ 且 $2b = a + c$ 的整数组有多少个？

7. 点 D, E, F 分别在三角形 ABC 的三边 BC, CA, AB 上（不包括端点）．线段 BE 与线段 CF 相交于点 P．三角形 AFD, FPD, PED, EAD 的面积分别为 $10, 7, 5, 13$ 时，求 $\dfrac{BD}{DC}$ 的值．

8. 设整数 $n \geq 5$．n 张卡片上分别写有 1 个整数，满足条件：任选 k 张卡片 $(1 \leq k \leq n-4)$，所选卡片上所写整数的平均值都是整数．在此条件下，对任意写的整数，求满足如下条件的 n 的最小值：任选 k 张卡片 $(n-3 \leq k \leq n)$，所选卡片上所写整数的平均值都是整数．

9. 在圆内接四边形 $ABCD$ 中，已知 $AB = 7$，$BC = 6$，点 E 在边 CD 上（不包括端点），满足 $BE = 9$．直线 BE 与直线 AD 相交于点 F，且 A, D, F 三点顺次排列．当 $AF = 11, DF : DE = 7 : 6$ 时，求线段 CD 的长度．

10. 在一个 30×30 的方格表，有 30 个方格被涂黑，且每行、每列均恰有 1 个方格被涂黑，左上角的 1 个方格被涂黑．此外，对任意整数 $n \geq 4$，不存在满足以下条件的 n 个不同的方格 $W_1, W_2, \cdots, W_n$．

- $W_1, W_2, \cdots, W_n$ 都没有被涂黑．
- 对任意整数 $1 \leq i \leq n$，W_i 与 W_{i+1} 相邻且有公共边．其中，$W_{n+1} = W_1$．
- 对任意整数 $1 \leq i \leq n$，设 W_i 的中心为 C_i，将 $C_1, C_2, \cdots, C_{n-1}, C_n, C_1$ 顺次连接得到的折线内部存在被涂黑的方格．

共有多少种涂色方法？
注：旋转或翻转后重合的涂色方法也视为不同的．

11. 设 $a_1, a_2, \cdots, a_7$ 为正整数．甲乙两人参加一场考试，共有 7 道题，编号为 $1, 2, \cdots, 7$．对任意整数 $1 \leq i \leq 7$，若答对问题编号 i 的问题，可得 a_i 分，答错则得 0 分．两人的得分情况始终满足以下条件：

- 若甲答对的问题数多于乙答对的问题数，则甲的总得分高于乙的总得分．
- 若甲答对的问题数与乙答对的问题数相等，且存在某道题，甲和乙中仅有一人答对，在只有一人答对的问题中，编号最大的问题由甲答对，则甲的总得分高于乙的总得分．

求 a_7 最小可能值．

12. 1003 名围棋棋手参加了围棋大会．在这次大会中，每位棋手都与其余 1002 名棋手各进行 1 次对局，其中与 1000 人的对局分出了胜负，与剩下 2 人的对局是平局．
称一个由至少 3 名棋手组成的组是"好组"，如果以下条件成立：该组内的所有棋手按照某种顺序围着桌子坐成一圈时，每位棋手都能战胜其右侧相邻的棋手．
当每位棋手都至少属于 1 个好组时，设好组的个数的最小值为 m．当每位棋手都至少属于 1 个好组，且好组恰好有 m 个时，设满足要求的对局结果总数为 N，求 $\dfrac{N}{1003!}$ 的值．

答案在留言区，欢迎进群讨论题目：



群聊: 赛题讨论群

该二维码7天内(1月27日前)有效，重新进入将更新