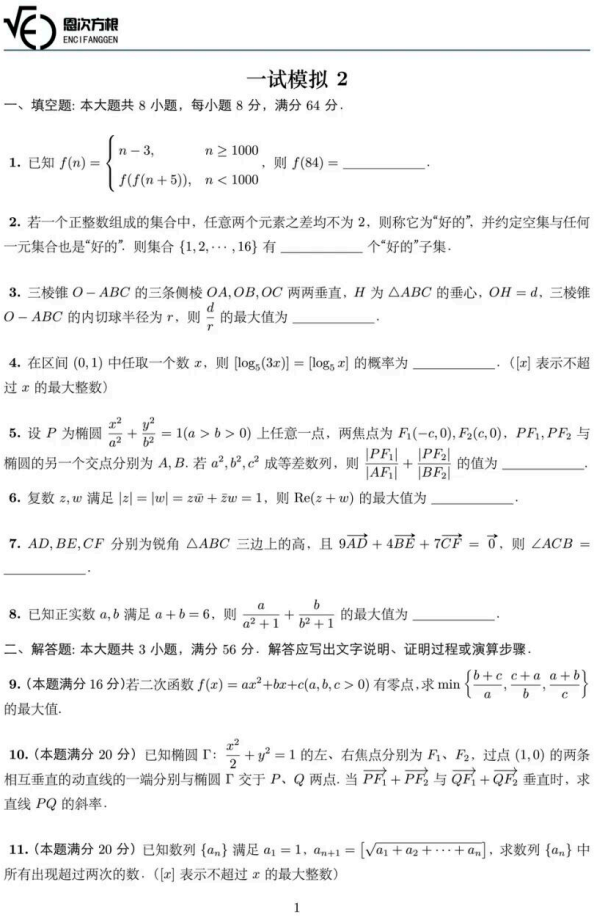
一份考前一试模拟题

2023-09-04　原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_87702504be89655e



恩次方根
ENCIFANGGEN

一试模拟 2

一、填空题: 本大题共 8 小题，每小题 8 分，满分 64 分.

1. 已知 $f(n)=\begin{cases}n-3, & n\geq 1000\\ f(f(n+5)), & n<1000\end{cases}$，则 $f(84)=$_____.

2. 若一个正整数组成的集合中，任意两个元素之差均不为 2，则称它为“好的”. 并约定空集与任何一元集合也是“好的”. 则集合 $\{1,2,\cdots,16\}$ 有_____个“好的”子集.

3. 三棱锥 $O-ABC$ 的三条侧棱 OA,OB,OC 两两垂直，H 为 $\triangle ABC$ 的垂心，$OH=d$，三棱锥 $O-ABC$ 的内切球半径为 r，则 $\frac{d}{r}$ 的最大值为_____.

4. 在区间 $(0,1)$ 中任取一个数 x，则 $[\log_5(3x)]=[\log_5 x]$ 的概率为_____.（$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数）

5. 设 P 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上任意一点，两焦点为 $F_1(-c,0),F_2(c,0)$，PF_1,PF_2 与椭圆的另一个交点分别为 A,B. 若 a^2,b^2,c^2 成等差数列，则 $\frac{|PF_1|}{|AF_1|}+\frac{|PF_2|}{|BF_2|}$ 的值为_____.

6. 复数 z,w 满足 $|z|=|w|=z\bar{w}+\bar{z}w=1$，则 $\mathrm{Re}(z+w)$ 的最大值为_____.

7. AD,BE,CF 分别为锐角 $\triangle ABC$ 三边上的高，且 $9\overrightarrow{AD}+4\overrightarrow{BE}+7\overrightarrow{CF}=\vec{0}$，则 $\angle ACB=$_____.

8. 已知正实数 a,b 满足 $a+b=6$，则 $\frac{a}{a^2+1}+\frac{b}{b^2+1}$ 的最大值为_____.

二、解答题: 本大题共 3 小题，满分 56 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

9.（本题满分 16 分）若二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a,b,c>0)$ 有零点，求 $\min\left\{\frac{b+c}{a},\frac{c+a}{b},\frac{a+b}{c}\right\}$ 的最大值.

10.（本题满分 20 分）已知椭圆 Γ：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，过点 $(1,0)$ 的两条相互垂直的动直线的一端分别与椭圆 Γ 交于 P、Q 两点. 当 $\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}$ 与 $\overrightarrow{QF_1}+\overrightarrow{QF_2}$ 垂直时，求直线 PQ 的斜率.

11.（本题满分 20 分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\left[\sqrt{a_1+a_2+\cdots+a_n}\right]$，求数列 $\{a_n\}$ 中所有出现超过两次的数.（$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数）

1

{ { 一、填空题: 本大题共 8 小题，每小题 8 分，满分 64 分. }

1. 已知 $f(n)=\begin{cases}n-3,&n\ge 1000\\f(f(n+5)),&n<1000\end{cases}$，则 $f(84)=$.

2. 若一个正整数组成的集合中，任意两个元素之差均不为 2，则称它为“好的”，并约定空集与任何一元集合也是“好的”. 则集合 $\{1,2,\cdots,16\}$有个“好的”子集.

3. 三棱锥 $O-ABC$的三条侧棱 OA,OB,OC两两垂直，H为 $\triangle ABC$的垂心，$OH=d$，三棱锥 $O-ABC$的内切球半径为 r，则 $\frac{d}{r}$的最大值为.

4. 在区间 $(0,1)$中任取一个数 x，则 $[\log_{5}(3x)]=[\log_{5}x]$的概率为.（$[x]$表示不超过 x的最大整数）

5. 设 P为椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上任意一点，两焦点为 $F_1(-c,0),F_2(c,0)$，PF_1,PF_2与椭圆的另一个交点分别为 A,B. 若 a^2,b^2,c^2成等差数列，则 $\frac{|PF_1|}{|AF_1|}+\frac{|PF_2|}{|BF_2|}$的值为 4.

6. 复数 z,w满足 $| z|=| w|=z\bar{w}+\bar{z}w=1$，则 $\mathrm{Re}(z+w)$的最大值为.

7. AD,BE,CF分别为锐角 $\triangle ABC$三边上的高，且 $9\vv{AD}+4\vv{BE}+7\vv{CF}=\vv{0}$，则 $\angle ACB=$.

8. 已知正实数 a,b满足 $a+b=6$，则 $\frac{a}{a^{2}+1}+\frac{b}{b^{2}+1}$的最大值为.

{ 二、解答题: 本大题共 3 小题，满分 56 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. }

9. { （本题满分 16 分）} 若二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(a,b,c>0)$有零点，求 $\min\left\{\frac{b+c}{a},\frac{c+a}{b},\frac{a+b}{c}\right\}$的最大值.

10. { （本题满分 20 分）} 已知椭圆 Γ：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$的左、右焦点分别为 F_1、F_2，过点 $(1,0)$的两条相互垂直的动直线的一端分别与椭圆 Γ交于 P、Q两点. 当 $\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}$与 $\overrightarrow{QF_1}+\overrightarrow{QF_2}$垂直时，求直线 PQ的斜率.

11. { （本题满分 20 分）} 已知数列 $\{a_{n}\}$满足 $a_{1}=1$，$a_{n+1}=\left[\sqrt{a_{1}+a_{2}+\cdots+a_{n}}\right]$，求数列 $\{a_{n}\}$中所有出现超过两次的数.（$[x]$表示不超过 x的最大整数）

解答（PDF 中已展开）

```
{\zihao{3}\centerline{\textbf{一试模拟 2}}}
\noindent{\heiti 一、填空题:}本大题共 8 小题，每小题 8 分，满分 64 分. }\vfill\ex 已知$f(n)=\begin{cases}n-3,&n\ge
↪ 1000\\f(f(n+5)),&n<1000\end{cases}$，则$f(84)=$\mtk{}. \vfill\ex 若一个正整数组成的集合中，任意两个元素之差均不为$2$，
↪ 则称它为“好的”，并约定空集与任何一元集合也是“好的”. 则集合$\{1,2,\cdots,16\}$有\mtk{}个“好的”子集. \vfill\ex
↪ 三棱锥$O-ABC$的三条侧棱$OA,OB,OC$两两垂直，$H$为$\triangle ABC$的垂心，$OH=d$，
↪ 三棱锥$O-ABC$的内切球半径为$r$，则$\frac{d}{r}$的最大值为\mtk{}. \vfill\ex 在区间$(0,1)$中任取一个数$x$，
↪ 则$[\log_{5}(3x)]=[\log_{5}x]$的概率为\mtk{}. （$[x]$表示不超过$x$的最大整数）\vfill\ex
↪ 设$P$为椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上任意一点，两焦点为$F_1(-c,0),F_2(c,0)$，
↪ $PF_1,PF_2$与椭圆的另一个交点分别为$A,B$.若$a^2,b^2,c^2$成等差数列，
↪ 则$\frac{|PF_1|}{|AF_1|}+\frac{|PF_2|}{|BF_2|}$的值为\mtk{4}.\ex 复数$z,w$满足$|z|=|w|=z\bar{w}+\bar{z}w=1$，
↪ 则$\mathrm{Re}(z+w)$的最大值为\mtk{}. \vfill\ex $AD,BE,CF$分别为锐角$\triangle ABC$三边上的高，
↪ 且$9\vv{AD}+4\vv{BE}+7\vv{CF}=\vv{0}$，则$\angle ACB=$\mtk{}. \vfill\ex 已知正实数$a,b$满足$a+b=6$，
↪ 则$\frac{a}{a^{2}+1}+\frac{b}{b^{2}+1}$的最大值为\mtk{}. \vfill\noindent{\heiti 二、解答题:}本大题共 3 小题，满分 56 分.
↪ 解答应写出文字说明、证明过 程或演算步骤. }
\ex {\heiti （本题满分16分）}若二次函数$f(x)=ax^2+bx+c(a,b,c>0)$有零点，
↪ 求$\min\left\{\frac{b+c}{a},\frac{c+a}{b},\frac{a+b}{c}\right\}$的最大值.\vfill\ex {\heiti （本题满分20分）}已知椭圆$\Gamma$:
↪ $\frac{x^2}{2}+y^2=1$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，
↪ 过点$(1,0)$的两条相互垂直的动直线的一端分别与椭圆$\Gamma$交于$P$、
↪ $Q$两点.当$\overrightarrow{PF_1}+\overrightarrow{PF_2}$与$\overrightarrow{QF_1}+\overrightarrow{QF_2}$垂直时，
↪ 求直线$PQ$的斜率. \vfill\ex{\heiti （本题满分20分）}已知数列$\{a_{n}\}$满足$a_{1}=1$，
↪ $a_{n+1}=\left[\sqrt{a_{1}+a_{2}+\cdots+a_{n}}\right]$，求数列$\{a_{n}\}$中所有出现超过两次的数.
↪ （$[x]$表示不超过$x$的最大整数）\vfill
```