发两道简单的新题

2026-02-06 原文链接

网站版本 379b168aed55 · 文章 ID h_9fecc9350b885f05

1. 设 $\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_n$ 为 $1, 2, \cdots, n$ 的一个排列. 求证: 对任意实数 $a_1 \le a_2 \le \cdots \le a_n$ 和 $b_1 \le b_2 \le \cdots \le b_n$, 都有

$\sum_{i=1}^{n} \min\{a_{\pi_i}, b_i\} \le \sum_{i=1}^{n} \min\{a_i, b_i\}$.

1. 设 S 为坐标平面 xOy 上 100 个不同的点组成的点集. N 为所有顶点均在 S 中且各边均与坐标轴平行的矩形的个数, 求 N 的最大可能值.

这两题来自 2026 年中国台湾地区数学奥林匹克（TMO），分别为第 1 题和第 5 题（共 5 题）。

AoPS 上过了两三天还是没有另外三道题目，不过往年 TMO 经常会有一道题是用的 IMO 预选题，要等到第二年 IMO 结束后才会公布。

所以先把这两道题发出来（水个更新），难度不大，感兴趣的读者可以试试。