# 2024 年尼泊尔数学奥林匹克不等式另证

2024-03-23　原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_a98e55570bd5363e

高航老师在公众号上发了 2024 年尼泊尔数学奥林匹克不等式的一个证明：

二次比一次结构巧解 2024 年尼泊尔数学奥林匹克不等式题

事实上，龚固老师在几年前曾经发过本题的一个推广：

龚固——竞赛生每日一题（002）：一道新编不等式题

设 $n\geq 2$，$a_k,b_k>0$，记 $S=\sum\limits_{k=1}^{n}a_kb_k$，求证：

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{S-a_kb_k}\geq\frac{4}{\sum_{k=1}^{n}b_k}.$$

这里写一个我的证明：

由

$$\sqrt{\frac{x}{S-x}}\geq\frac{2x}{S}\iff x(S-2x)^2\geq 0$$

知

$$\begin{aligned}&\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{S-a_kb_k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}b_k\right)\\ \geq&\left(\sum_{k=1}^{n}\sqrt{\frac{a_kb_k}{S-a_kb_k}}\right)^2\\ \geq&\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{2a_kb_k}{S}\right)^2\\ =&4\end{aligned}$$

证毕.

一年一度全球数学爱好者的盛会，就差你了！


2024年
阿里巴巴
全球数学竞赛
不限年龄、国籍、职业
更不限碳基、硅基
报名时间
03.14 - 04.11
初赛挑战
04.13 - 04.14
终极对决
06.22
竞赛模式
在线考试
今年首次向AI开放，
诚邀全球AI大模型挑战竞赛难度试题
AI挑战赛 奖金 $10,000 奖金 $5,000 奖金 $2,000
常规赛 金奖 $30,000 银奖 $15,000 铜奖 $8,000 优秀奖 $2,000
准备好迎接挑战了吗?
立即扫描二维码报名吧