一道函数迭代难题

2023-09-22 原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_ae4dcb802a0cfa42

函数 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ 满足对任意 $x,y\in\mathbb{R}$，都有 $|f(x)-f(y)|\le|x-y|$. 且存在正整数 N，使得 $f^{(N)}(0)=0$，其中 $f^{(n)}$ 为 f 的 n 次迭代.

(1) 若 N 为奇数，求证：对任意 $x\in\mathbb{R}$，都有 $|f(x)|\le|x|$.

(2) 若 N 为偶数，求证：对任意 $x\in\mathbb{R}$，都有 $|f(f(x))|\le|x|$，但 $|f(x)|\le|x|$ 不一定成立.

请将解答发送至邮箱 encifanggen@qq.com. 如果您有好的原创或改编题，也欢迎投稿.