多边形内角余弦之和的取值范围

2023-06-02 原文链接

网站版本 379b168aed55 · 文章 ID h_b4c25d6832a303c1

在凸 n 边形 $A_1A_2\cdots A_n$ 中，求 $\sum\limits_{i=1}^{n}\cos A_i$ 的最值（或确界）.

注：

本题为我在做今年四川预赛第 8 题时所想，花了较长时间得到了一个复杂的答案（供参考）：

$n=3$ 时，最大值为 $\dfrac{3}{2}$（在 $(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3})$ 时取得）；

$n\geq 4$ 时，上确界为 $\dfrac{9}{2}-n$，在其中三个内角为 $\dfrac{\pi}{3}$，其余内角趋于 π 时取得.

$n=3$ 时，下确界为 0，在一个内角趋于 0 时取得；

$4\leq n\leq 6$ 时，下确界为 $1-(n-1)\cos\dfrac{\pi}{n-1}$，在一个内角趋于 0，其余内角相等时取得；

$n\geq 7$ 时，下确界为 $-n\cos\dfrac{2\pi}{n}$，在所有内角均相等时取得.

如果您有好的想法，或者知道此问题的来源，欢迎发送至邮箱 encifanggen@qq.com