2024 年葡萄牙数学奥林匹克

2024-03-28 原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_ea8ff90b080eada1

2024 年葡萄牙数学奥林匹克

程国根译

第一天

1. 求最小的正整数 n，使 n 的数码和与 $n+1$ 的数码和均为 17 的倍数.

2. 设 $\triangle ABC$ 三边 BC, CA, AB 的中点分别为 D, E, F，已知 $AD \perp BE$，$AD = 12, BE = 9$. 求 CF 的长度.

3. 一个数列只由 0 和 1 组成，且没有相邻的两项同时为 0. 存在多少个长度为 10 的这样的数列?

第二天

4. 一圆内切于边长为 10 的正方形 $ABCD$，在 BC 和 AD 上的切点分别为 M, N. AM 和圆再次交于点 I，点 I 在 MN 上的射影为 P. 求 PI 的长度.

5. 在一次两国的体育比赛中，每个国家有 5 支球队参赛. 每支球队与两个国家的各一支球队比赛一场，一场在主场，一场在客场. 在这次比赛中，可以有几种不同的安排方式?

6. 亚历山大和贝纳多进行一个游戏. 起初，袋子里共有 n 个球. 第一轮，亚历山大可以从袋子里拿一个球；第二轮，贝纳多可以从袋子里拿一个或两个球，以此类推. 他们轮流取球，在第 k 轮，他们可以取 1 个到 k 个球. 取走袋子中最后一个球的人获得胜利. 对于每一个正整数 n，谁有必胜策略?

2024 年葡萄牙数学奥林匹克

程国根译

第一天

1. 求最小的正整数 n，使 n的数码和与 $n+1$的数码和均为 17的倍数.

2. 设 $\triangle ABC$三边 BC,CA,AB的中点分别为 D,E,F，已知 $AD\perp BE$，$AD=12,BE=9$. 求 CF的长度.

3. 一个数列只由 0和 1组成，且没有相邻的两项同时为 0. 存在多少个长度为 10的这样的数列?

第二天

4. 一圆内切于边长为 10的正方形 $ABCD$，在 BC和 AD上的切点分别为 M,N. AM和圆再次交于点 I，点 I在 MN上的射影为 P. 求 PI的长度.

5. 在一次两国的体育比赛中，每个国家有 5支球队参赛. 每支球队与两个国家的各一支球队比赛一场，一场在主场，一场在客场. 在这次比赛中，可以有几种不同的安排方式?

6. 亚历山大和贝纳多进行一个游戏. 起初，袋子里共有 n个球. 第一轮，亚历山大可以从袋子里拿一个球；第二轮，贝纳多可以从袋子里拿一个或两个球，以此类推. 他们轮流取球，在第 k轮，他们可以取 1个到 k个球. 取走袋子中最后一个球的人获得胜利. 对于每一个正整数 n，谁有必胜策略?

解答（PDF 中已展开）

```
\section*{2024年葡萄牙数学奥林匹克}\subsection*{程国根译}\section*{第一天}\ex 求最小的正整数$n$,
↪ 使$n$的数码和与$n+1$的数码和均为$17$的倍数. \vfill\ex 设$\triangle ABC$三边$BC,CA,AB$的中点分别为$D,E,F$,
↪ 已知$AD\perp BE$，$AD=12,BE=9$. 求$CF$的长度. \vfill\ex 一个数列只由$0$和$1$组成，且没有相邻的两项同时为$0$.
↪ 存在多少个长度为$10$的这样的数列？\vfill\section*{第二天}\ex 一圆内切于边长为$10$的正方形$ABCD$,
↪ 在$BC$和$AD$上的切点分别为$M,N$. $AM$和圆再次交于点$I$，点$I$在$MN$上的射影为$P$. 求$PI$的长度. \vfill\ex
↪ 在一次两国的体育比赛中，每个国家有$5$支球队参赛. 每支球队与两个国家的各一支球队比赛一场，一场在主场，一场在客场.
↪ 在这次比赛中，可以有几种不同的安排方式？\vfill\ex 亚历山大和贝纳多进行一个游戏. 起初，袋子里共有$n$个球. 第一轮，
↪ 亚历山大可以从袋子里拿一个球；第二轮，贝纳多可以从袋子里拿一个或两个球，以此类推. 他们轮流取球，在第$k$轮，
↪ 他们可以取$1$个到$k$个球. 取走袋子中最后一个球的人获得胜利. 对于每一个正整数$n$，谁有必胜策略？\vfill
```

一年一度全球数学爱好者的盛会，就差你了!

