数学老师是怎样跨年的？

2024-12-31　原文链接

网站版本 1c934d989f84 · 文章 ID h_f567c48ee20d1847

祝各位读者新年快乐！在 2024 年的最后一天，我们来看一道和年份有关的问题。

类似“三角形数”、“四面体数”，我们定义“十二面体数”，即组成不同大小正十二面体所需的点的个数。

可以证明，十二面体数的通项公式为：

$a_n = \binom{3n}{3} = \frac{n(3n-1)(3n-2)}{2}$.

前几个十二面体数如下：

$0, 1, 20, 84, 220, \cdots$

不难发现，2024 也是一个十二面体数，因为

$2024 = 2^3 \times 11 \times 23 = \binom{24}{3}$

而 2025 为两个十二面体数之和：

$2025 = 1 + 2024$

试将 2025 以另一种方式表示为若干个不同的十二面体数之和。并证明：在所有能以不同方法表示为若干个不同的十二面体数之和的正整数中，2025 是最小的一个。